

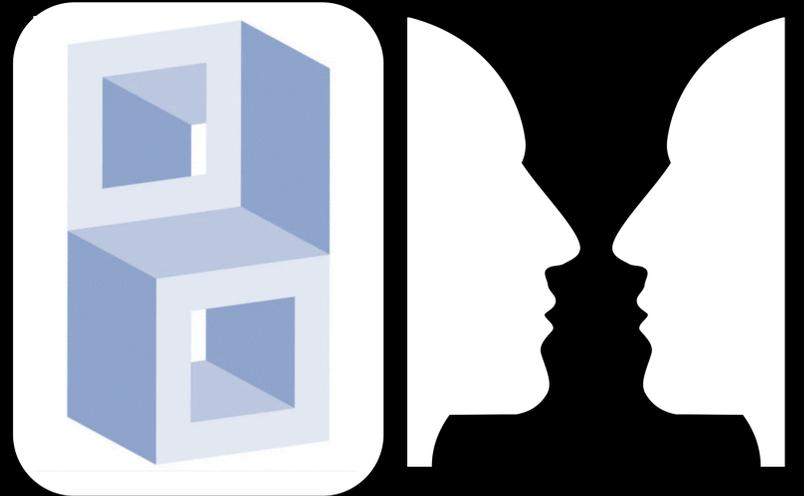
CUBI BISTABILI Stati di sovrapposizione

L'esistenza degli **stati di sovrapposizione**, le cui componenti non possono essere osservate contemporaneamente, è una delle caratteristiche paradossali della teoria quantistica che chiede di sviluppare una **nuova logica** diversa da quella classica.

Come notava Dirac, "la sovrapposizione che si verifica nella meccanica quantistica è di natura essenzialmente diversa da quella che si verifica nella teoria classica".

Nell'analogia delle **immagini bistabili**, due interpretazioni visive incompatibili della stessa immagine coesistono in uno stato di sovrapposizione. Quando si osserva l'immagine, solo una interpretazione alla volta si realizza.

L'**osservazione** gioca un ruolo cruciale: lo stato ambiguo di sovrapposizione collassa sempre in uno dei due stati quando viene osservato.

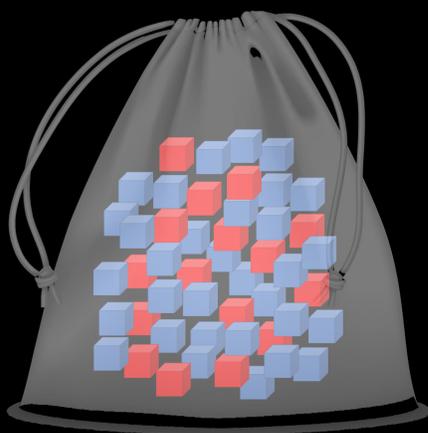


Come capiamo che uno stato è di sovrapposizione?

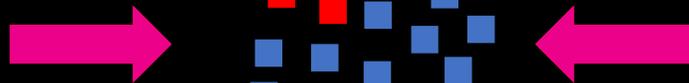
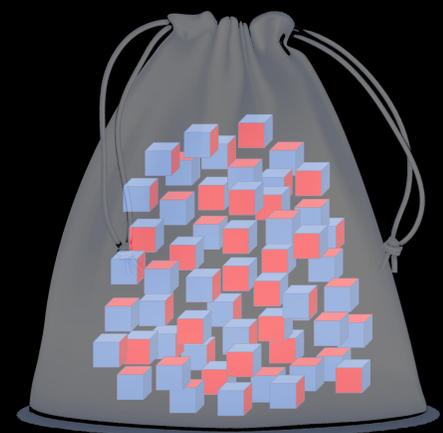
Consideriamo due sacchetti: uno contiene cubetti completamente rossi o blu, nell'altro ogni cubetto ha alcune facce rosse e altre blu.

Stabiliamo il **colore dei cubetti** estraendoli dalla scatola uno alla volta e osservando la faccia superiore **senza poter osservare le altre**.

Stato misto
ogni cubo è rosso o blu



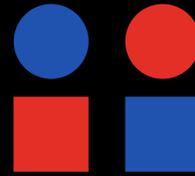
Stato di sovrapposizione
ogni cubo ha facce rosse e blu



Le misure sui due insiemi forniscono gli stessi risultati: non riusciamo quindi a distinguere gli stati misti dagli stati di sovrapposizione (ovvero stati classici da stati quantistici). Per distinguerli occorre misurare due **proprietà** diverse **Incompatibili** fra loro.

SE I GETTONI CAMBIANO COLORE... Esperimento di Stern-Gerlach

Supponiamo di avere un sacchetto pieno di gettoni che possono avere solo due colori (**rosso** o **blu**) e due forme (tonda o quadrata).



Alice e Bob sono due amici che eseguono un "esperimento" seguendo questi passi:

1. Alice seleziona solo i gettoni di un certo colore, ad esempio quelli ROSSI.
2. Bob prende il sacchetto e lascia dentro solo i gettoni TONDI
3. Alice controlla il colore dei gettoni rimasti nel sacchetto.

Senza nemmeno guardare dentro al sacchetto, Alice dice a Bob che sicuramente i gettoni sono tutti ROSSI!

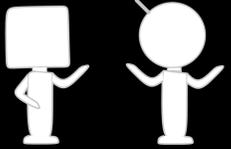
...e se eseguissero questo esperimento in un laboratorio di fisica quantistica?

- I sistemi quantistici possono avere **proprietà incompatibili**, che non possono essere conosciute con certezza nello stesso istante.
- Per semplicità parleremo ancora di colore (rosso e blu) e di forma (tonda e quadrata), ma in realtà intendiamo altre proprietà fisiche (posizione e momento, **componenti dello spin** o polarizzazione in direzioni diverse ...).

Confrontiamo esperimento classico e quantistico immaginando di poter osservare il contenuto del sacchetto



0. Alice e Bob preparano un sacchetto con i vari gettoni di colore e forma diversi

| | ESPERIMENTO "CLASSICO" | ESPERIMENTO "QUANTISTICO" | |
|--|--|---|--|
| 1. Alice seleziona solo i gettoni rossi  |  |  | ...la misura quantistica modifica lo stato dei gettoni, che saranno rossi ma in uno stato di sovrapposizione di forme diverse . |
| 2. Bob seleziona solo i gettoni tondi  |  |  | ...avendo misurato una proprietà incompatibile, ora i gettoni saranno in un nuovo stato: tondi ma in sovrapposizione di colori diversi . |
| 3. Alice controlla il colore dei gettoni  | I gettoni saranno comunque tutti rossi . | Alice troverà metà delle volte gettoni di colore blu e metà delle volte di colore rosso .  | |

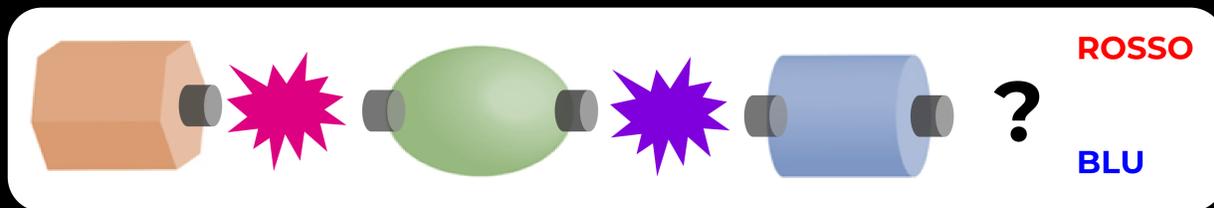
Alice può distinguere uno stato classico da uno di sovrapposizione quantistica!

Questo esperimento equivale agli esperimenti di **Stern-Gerlach** per misurare lo spin degli elettroni usando campi magnetici a diverse orientazioni.

LE REGOLE DEL Q-GIOCO

Assiomi della meccanica quantistica

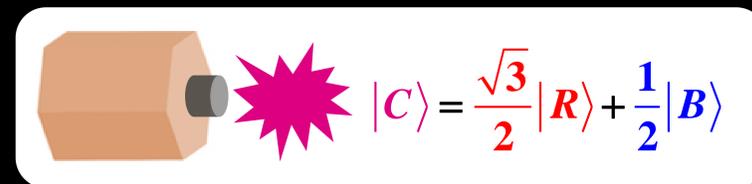
Quali sono le regole della meccanica quantistica per la **preparazione**, l'**evoluzione** e la **misura** di un sistema fisico?



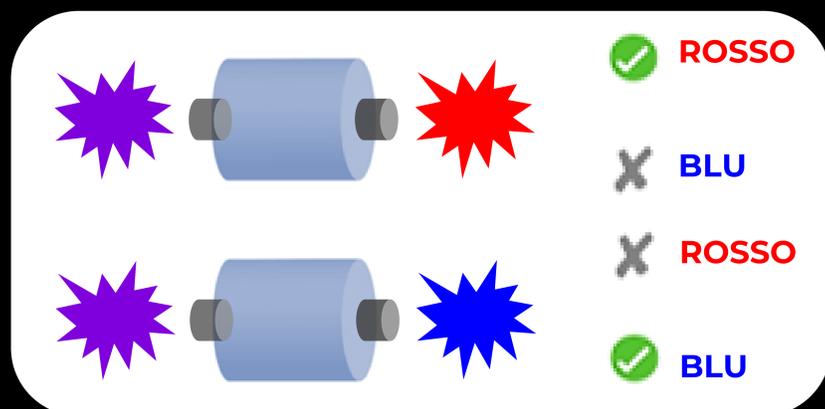
Supponiamo di voler misurare il colore di un oggetto. Consideriamo un mondo in cui i colori possono essere solo combinazioni di **rosso** e **blu**.

Preparazione dello stato

Lo stato di colore $|C\rangle$ di un oggetto è dato da una somma pesata (**sovrapposizione**) dei due colori $|R\rangle$ e $|B\rangle$. Nel linguaggio della Meccanica Quantistica si scrive $|C\rangle = c_R |R\rangle + c_B |B\rangle$ con $|c_R|^2 + |c_B|^2 = 1$



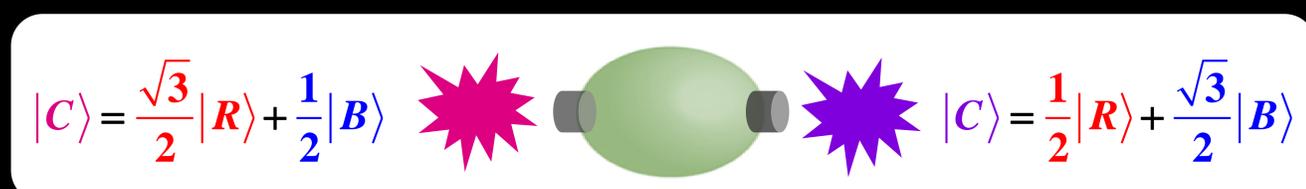
Misura



Quando si osserva il colore di un oggetto, il risultato potrà essere solo rosso o blu. I due risultati sono mutuamente esclusivi. La probabilità di misurare rosso o blu sarà pari a $|c_R|^2$ e $|c_B|^2$ rispettivamente.

| probabilità | stato dopo la misura |
|--|----------------------|
| $prob(R) = \langle R C\rangle ^2 = c_R ^2$ | $ R\rangle$ |
| $prob(B) = \langle B C\rangle ^2 = c_B ^2$ | $ B\rangle$ |

Evoluzione del sistema



L'evoluzione temporale può cambiare i pesi dello stato di colore sulla base $\{|R\rangle, |B\rangle\}$.

In assenza di ogni influenza esterna lo stato del sistema evolve nel tempo in accordo con l'**equazione di Schrödinger**

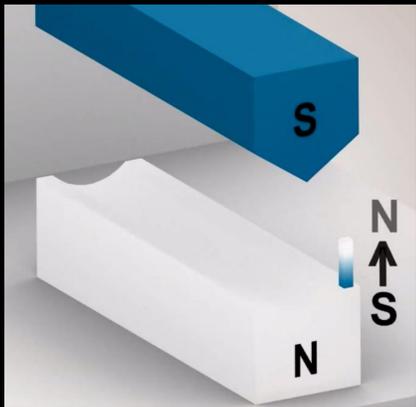
$$i\hbar \frac{d}{dt} |C\rangle = \hat{H} |C\rangle \quad \hbar \text{ costante di Planck ridotta}$$

\hat{H} è l'Hamiltoniana che è collegata all'energia del sistema.

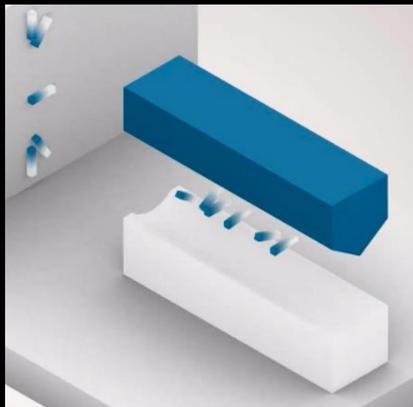
L'ELETTRONE E LA CALAMITA

Lo spin e l'esperimento di Stern-Gerlach

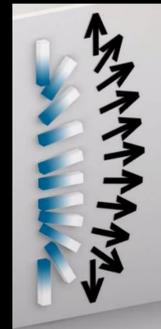
1. Generiamo un **campo magnetico non uniforme**



2. Mandiamo un fascio di **calamitine** attraverso il campo magnetico



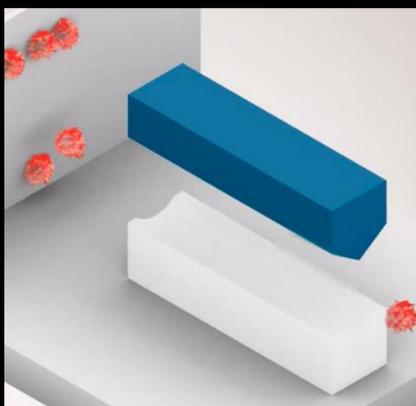
3. Osserviamo che il fascio si sparpaglia



ogni calamita viene deviata a seconda della sua orientazione iniziale

Una calamita è descritta da un vettore momento magnetico $\vec{\mu}$, diretto dal polo SUD al polo NORD. La posizione sullo schermo dipende dalla componente lungo z di questo vettore μ_z .

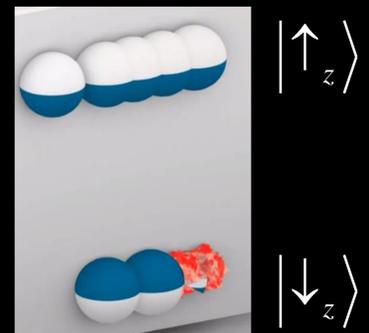
Ripetiamo l'esperimento con un fascio di elettroni



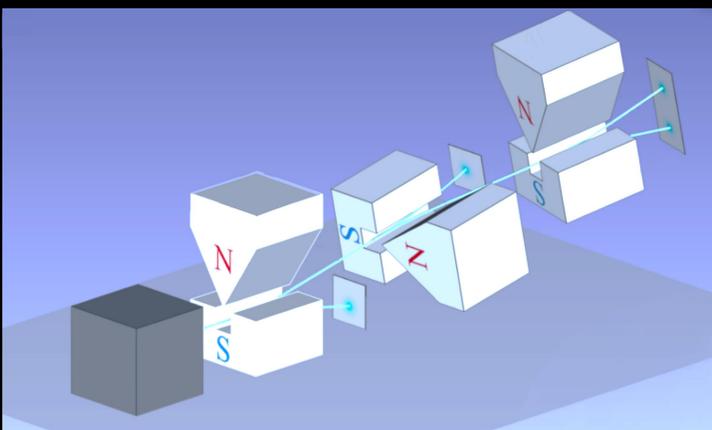
Il fascio non si sparpaglia ma si divide in due!

Il risultato si spiega introducendo lo **spin** \vec{s} , che è una **proprietà puramente quantistica**, legata al comportamento dell'elettrone in un campo magnetico.

Il momento magnetico dell'elettrone è $\vec{\mu} = \frac{e}{mc} \vec{s}$



La componente dello spin in un campo magnetico può avere solo i due valori $\pm \hbar/2$



Consideriamo una serie di **tre magneti Stern-Gerlach**:

- il primo è orientato **lungo z** e divide il fascio in due
- prendiamo gli elettroni nello stato $|\uparrow_z\rangle$ e li mandiamo nel secondo magnete orientato **lungo x**
- il fascio si divide nuovamente in due
- selezioniamo lo stato $|\uparrow_x\rangle$ e lo inviamo nel terzo magnete orientato **lungo z**
- all'uscita del terzo magnete troviamo ancora due fasci mentre ci aspetteremmo solo $|\uparrow_z\rangle$!

Le misure dello spin lungo x e lungo z sono incompatibili!

Possiamo scrivere gli stati lungo x come sovrapposizione degli stati lungo z:

$$|\uparrow_x\rangle = \frac{|\uparrow_z\rangle + |\downarrow_z\rangle}{\sqrt{2}}$$